

SORU1: $16x^2 + 24xy + 9y^2 - 30x + 40y = 0$ koniğini merkezile hale getirip grafiğini çiziniz. (20 puan)

SORU2: $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 4x + 4y - 4 = 0$ koniğinin

- Çeşidini belirleyiniz
- Merkezini bulunuz
- $y = x$ doğrusuna göre çapını bulunuz
- Eksenlerini bulunuz (20 puan)

SORU3: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ elipsinin odak, doğrultman ve dış merkezliğini bulunuz. (20 puan)

SORU4: Aşağıdaki kuadriklerin çeşidini belirleyiniz:

$$x^2 + y^2 - z^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 4y$$

$$2x^2 + 3y - z^2 = 0$$

$$x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 2 = 0 \quad (20 \text{ puan})$$

SORU5: Orijin etrafında dönme açısı $\frac{\pi}{6}$ olan dönmenin denklemini yazınız. Bu dönme altında (0,1) noktasının resmini bulunuz. (20 puan)

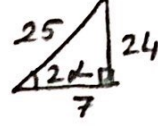
Prof. Dr. Emin KASAP

CEVAP ANAHTARI

1) $16x^2 + 24xy + 9y^2 - 30x + 40y = 0$ konigini merkeziil hale getirip grafigini ciziniz.

Önce dönme izlemi uygulayalım:

$$\tan 2\alpha = \frac{B}{A-C} = \frac{24}{7}$$



2α açısını 1. bölgede alabiliriz. Bu durumda α da 1. bölgede olacaktır.

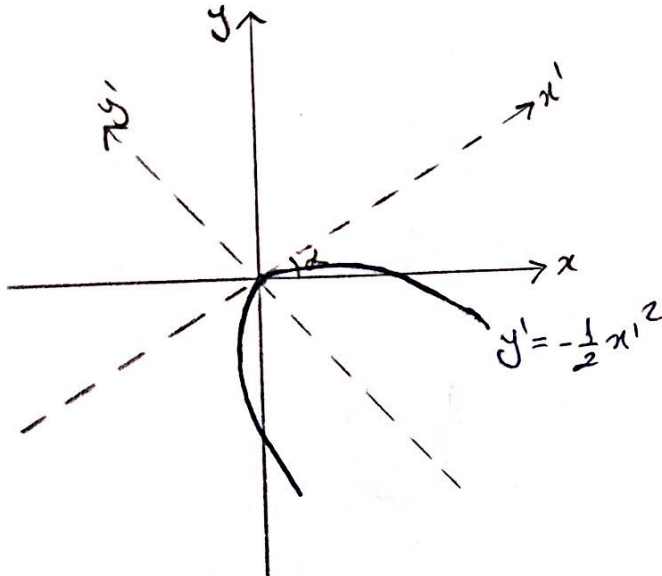
$$\sin 2\alpha = \frac{24}{25}, \cos 2\alpha = \frac{7}{25}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \text{ den } \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha \text{ den } \sin \alpha = \frac{3}{5} \text{ dir.}$$

$$\begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5} x' - \frac{3}{5} y' \\ y = \frac{3}{5} x' + \frac{4}{5} y' \end{cases}$$

Bu ifadeler konik denkleminde yutulursa, konigin $x'y'$ deki denklemini $y' = -\frac{1}{2}x'^2$ bulunur.



$$2) 5x^2 + 6xy + 5y^2 - 4x + 4y - 4 = 0 \text{ koniğinin}$$

a) Geziridini belirleyiniz.

$$A=5, B=6, C=5 \quad 4AC - B^2 = 100 - 36 = 64 > 0 \text{ olup konik elipstir.}$$

b) Merkezini bulunuz.

Merkezi $M(h, k)$ olsun.

$$\phi_x = 10x + 6y - 4, \quad \phi_x|_M = 0 \Rightarrow 10h + 6k - 4 = 0 \Rightarrow \begin{matrix} h=1 \\ k=-1 \end{matrix} \Rightarrow \underline{M(1, -1)}$$

$$\phi_y = 6x + 10y + 4, \quad \phi_y|_M = 0 \Rightarrow 6h + 10k + 4 = 0$$

c) $y=x$ doğrusuna göre eksenini bulunuz.

$$m=1 \Rightarrow \phi_x + 1\phi_y = 0 \Rightarrow 10x + 6y - 4 + 6x + 10y + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{y = -x} \text{ bulunur}$$

d) Eksenlerini bulunuz.

$$Bm^2 + 2(A-C)m - B = 0 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$m=1 \text{ için eksen } \phi_x + 1\phi_y = 0 \Rightarrow \underline{y = -x}$$

$$m=-1 \text{ için eksen } \phi_x + (-1)\phi_y = 0 \Rightarrow \underline{y = x - 2}$$

3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ elipsinin odak, doğrultman ve dış merkezliğini bulunuz.

$$a^2 = 25, b^2 = 16 \quad c^2 = a^2 - b^2 = 9 \Rightarrow c = \pm 3 \text{ olup odaklar } \underline{F_1(-3, 0), F_2(3, 0)}$$

$$F_1 \text{ e karılık gelen doğrultman } x = -\frac{a^2}{c} \Rightarrow \underline{x = -\frac{25}{3}}$$

$$F_2 \text{ ye " " " } x = \frac{a^2}{c} \Rightarrow \underline{x = \frac{25}{3}}$$

$$\text{Dış merkezlik } e = \frac{c}{a} \Rightarrow \underline{e = \frac{3}{5}}$$

4) Aşağıda denklemleri verilen kuadratiklerin uzaydaki şeklini belirleyiniz.

$$x^2 + y^2 - z^2 - 1 = 0 \rightarrow \text{Bir parabolik hiperboloid}$$

$$x^2 = 4y \rightarrow \text{parabolik silindir}$$

$$2x^2 + 3y - z^2 = 0 \rightarrow \text{hiperbolik paraboloid}$$

$$x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 2 = 0 \rightarrow \text{elipsoid}$$

5) Orijin etrafında $\frac{\pi}{6}$ radyanlık dönüşün denklemini yaparak $(0,1)$ noktasının resmini bulunuz.

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6} \text{ için } \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \\ y' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y \end{cases}$$

$$x=0, y=1 \text{ için } x' = -\frac{1}{2}, y' = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow (0,1) \rightarrow \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ olur.}$$